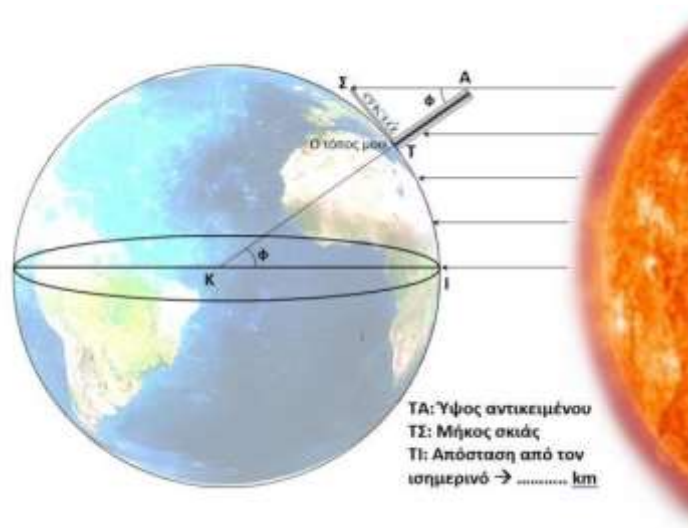


## Το πείραμα του Ερατοσθένη

**21 Μαρτίου 2022. Υπολογίζουμε την ακτίνα της Γης**

**Ταξιδεύουμε 2.254 έτη πίσω στο χρόνο και ζούμε ξανά ένα από τα ωραιότερα πειράματα στην ιστορία των Επιστημών!**



Η εαρινή ισημερία την Δευτέρα 21 Μαρτίου 2022, σηματοδοτεί την αρχή της άνοιξης. Την ημέρα αυτή ο Ήλιος βρίσκεται κάθετα πάνω από τον ισημερινό της Γης και η διάρκεια της ημέρας είναι περίπου ίση με της νύχτας.

Μαθητές και μαθήτριες της Γ΄ τάξης του 9<sup>ου</sup> Γυμνασίου Αθηνών περίμεναν με αγωνία την ημέρα της μεγάλης μέτρησης και της μοναδικής εκπαιδευτικής εμπειρίας!! Να υπολογίσουν την περιφέρεια της Γης επαναλαμβάνοντας το διάσημο πείραμα του αρχαίου Έλληνα μαθηματικού, αστρονόμου και φιλοσόφου [Ερατοσθένη](#).

Δευτέρα 21 Μαρτίου 2022 ώρα **12: 31 μ.μ**

Η στιγμή της μεσουράνησης του Ήλιου πάνω από το σχολείο μας (ηλιακό μεσημέρι). Τη γνωρίζαμε από τη διαδικτυακή εφαρμογή Suncalc (<https://bit.ly/3t7ckmQ>).



Δυστυχώς ο ήλιος που ήταν απαραίτητος στην πραγματοποίηση του πειράματος αποφάσισε να παίξει κρυφτούλι με τα σύννεφα και την κατάλληλη στιγμή χάθηκε εντελώς.

Παρά την αρχική τους απογοήτευση τα παιδιά δεν το έβαλαν κάτω και ανέμεναν την κατάλληλη στιγμή τον ήλιο να τους κάνει το «χατίρι». Γνώριζαν ότι μπορούσαν να περιμένουν μέχρι την Τρίτη 29 Μαρτίου το μεσημέρι να πραγματοποιήσουν το πείραμά τους. Τις ημέρες αυτές τις εκμεταλλεύτηκαν για τη μελέτη του πειράματος του Ερατοσθένη με την καθοδήγηση του διευθυντή του σχολείου

τους κ. Διβάνη. Οι γνώσεις που απέκτησαν για τον Ερατοσθένη και το «πείραμά του» συνοψίζονται στα παρακάτω.

### Σοφός της Αρχαιότητας.

Γεννήθηκε στην **Κυρήνη** της Αιγύπτου και διετέλεσε Διευθυντής της **Βιβλιοθήκης της Αλεξάνδρειας** τον 3ο αιώνα π.Χ., την εποχή του Πτολεμαίου Γ΄.

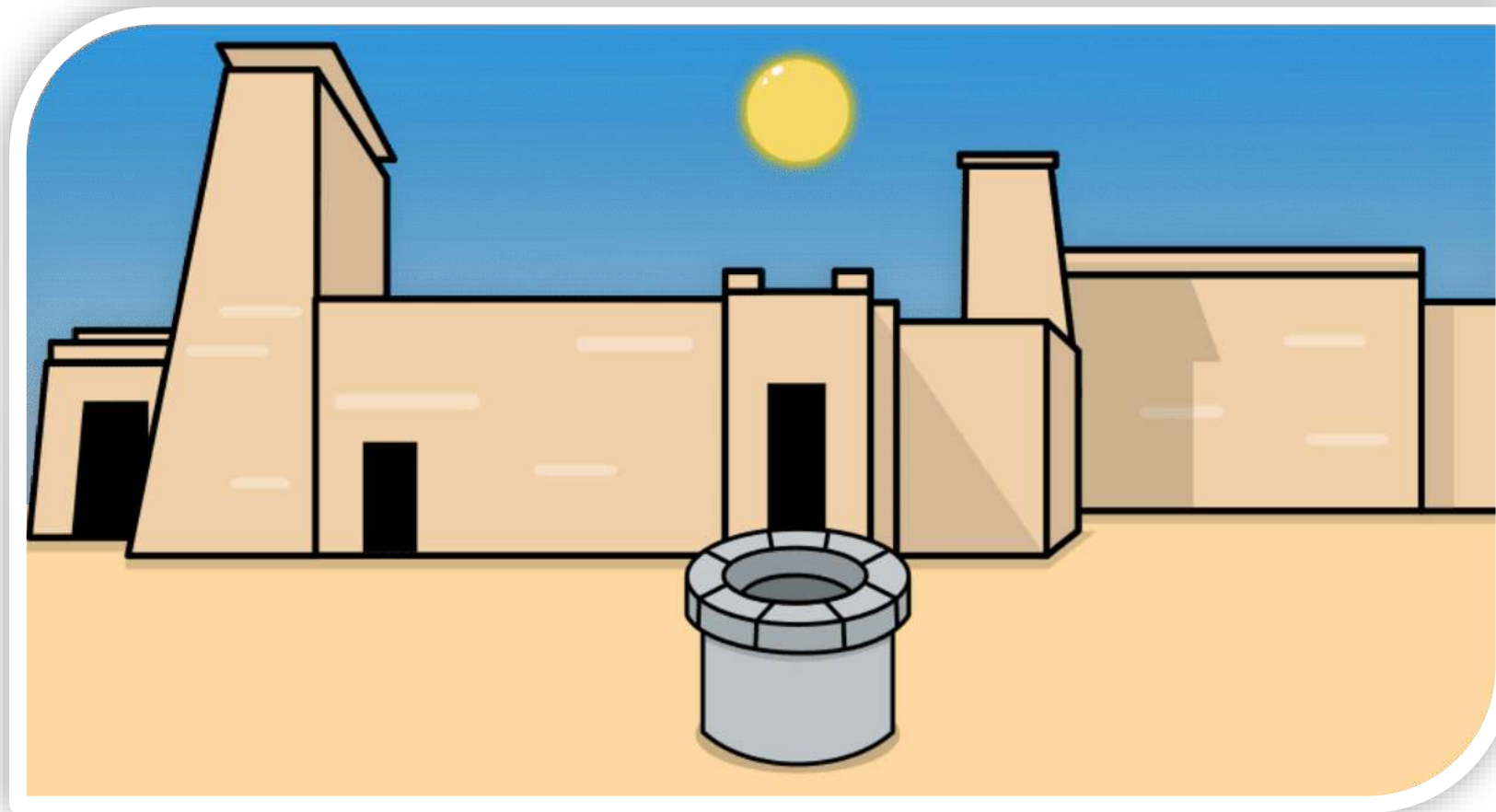


**Β**ρήκε το...[κόσκινο του Ερατοσθένη](#), ασχολήθηκε με τον διπλασιασμό του όγκου του κύβου, υπολόγισε την απόσταση της Σελήνης από τη Γη και άλλα πολλά. Ήταν μαθηματικός, αστρονόμος, φιλόλογος, γεωγράφος.

Θέλεις να μάθεις [περισσότερα](#);

1ο Μέρος

# Το πείραμα του Ερατοσθένη



# Όλα ξεκίνησαν με μία παρατήρηση!

Κατά τη θητεία του στη βιβλιοθήκη της Αλεξάνδρειας, ο Ερατοσθένης πληροφορήθηκε πως κάθε χρόνο, **το μεσημέρι της 21ης Ιουνίου** (τη μέρα δηλαδή του θερινού ηλιοστασίου), στην αοχαία πόλη Συήνη (το σημερινό Ασουάν) συνέβαινε κάτι ασυνήθιστο:



**Αν** κοιτούσες στον πάτο ενός πηγαδιού, μπορούσες να δεις ολόκληρο τον Ήλιο να καθρεφτίζεται στα νερά του. **Την ίδια στιγμή** στην Αλεξάνδρεια οι ακτίνες του ήλιου έριχναν σκιά.



# Ο Ερατοσθένης έκανε κάποιες υποθέσεις....

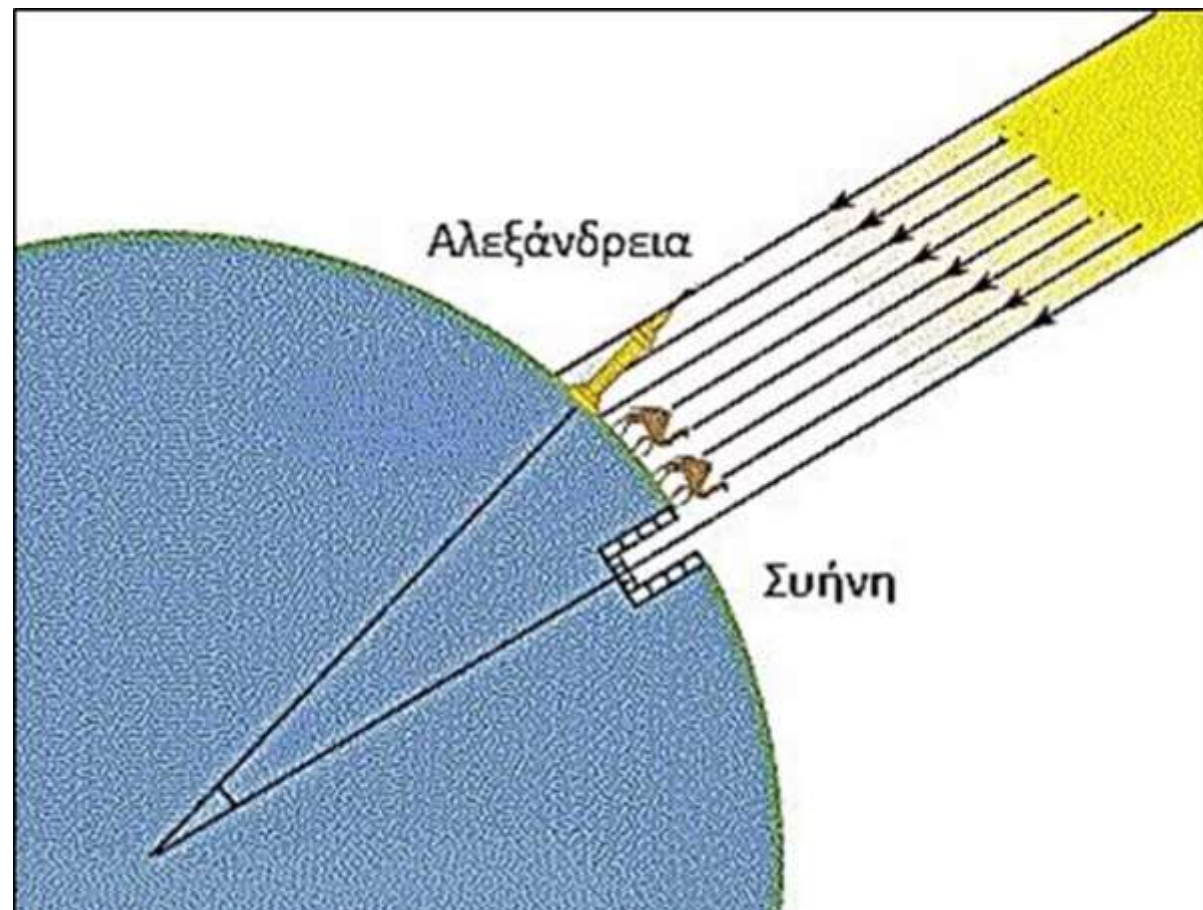
Γιατί, αν η Γη ήταν επίπεδη και οι δύο πόλεις είχαν μεσημέρι την ίδια ώρα, θα έπρεπε να μετρά κανείς ίσες σκιές και στην Αλεξάνδρεια και στη Συήνη, όμως αυτό δεν συνέβαινε.

## 2η υπόθεση:

Κοντά στην επιφάνεια της Γης, οι ακτίνες του ήλιου είναι πρακτικά παράλληλες.

## 1η υπόθεση:

Η Γη είναι σφαιρική!!





# Μία μέτρηση....

Χρειαζόταν όμως να γνωρίζει και την απόσταση **S** ανάμεσα στην **Αλεξάνδρεια** και στη **Συήνη**. Ο τρόπος που πιθανόν χρησιμοποίησε ο Ερατοσθένης για να μετρήσει την απόσταση αυτή ήταν οι βηματιστές. **Οι βηματιστές** ήταν οι τοπογράφοι της αρχαιότητας και μετρούσαν τις αποστάσεις με βήματα.

Βρέθηκε ότι:

**S=5000 στάδια**

Το στάδιο ήταν μονάδα μέτρησης μήκους της εποχής εκείνης, περίπου 180m.

# Συνοψίζοντας τα δεδομένα

Τα δεδομένα που χρησιμοποίησε ο Ερατοσθένης για τη λύση του προβλήματος ήταν:

Οι ακτίνες του ηλίου φωτίζουν τον πυθμένα ενός πηγαδιού στη Σύνη μια συγκεκριμένη μέρα και ώρα.

Την ίδια στιγμή, στην Αλεξάνδρεια, οι ακτίνες του ήλιου ρίχνουν σκιά.

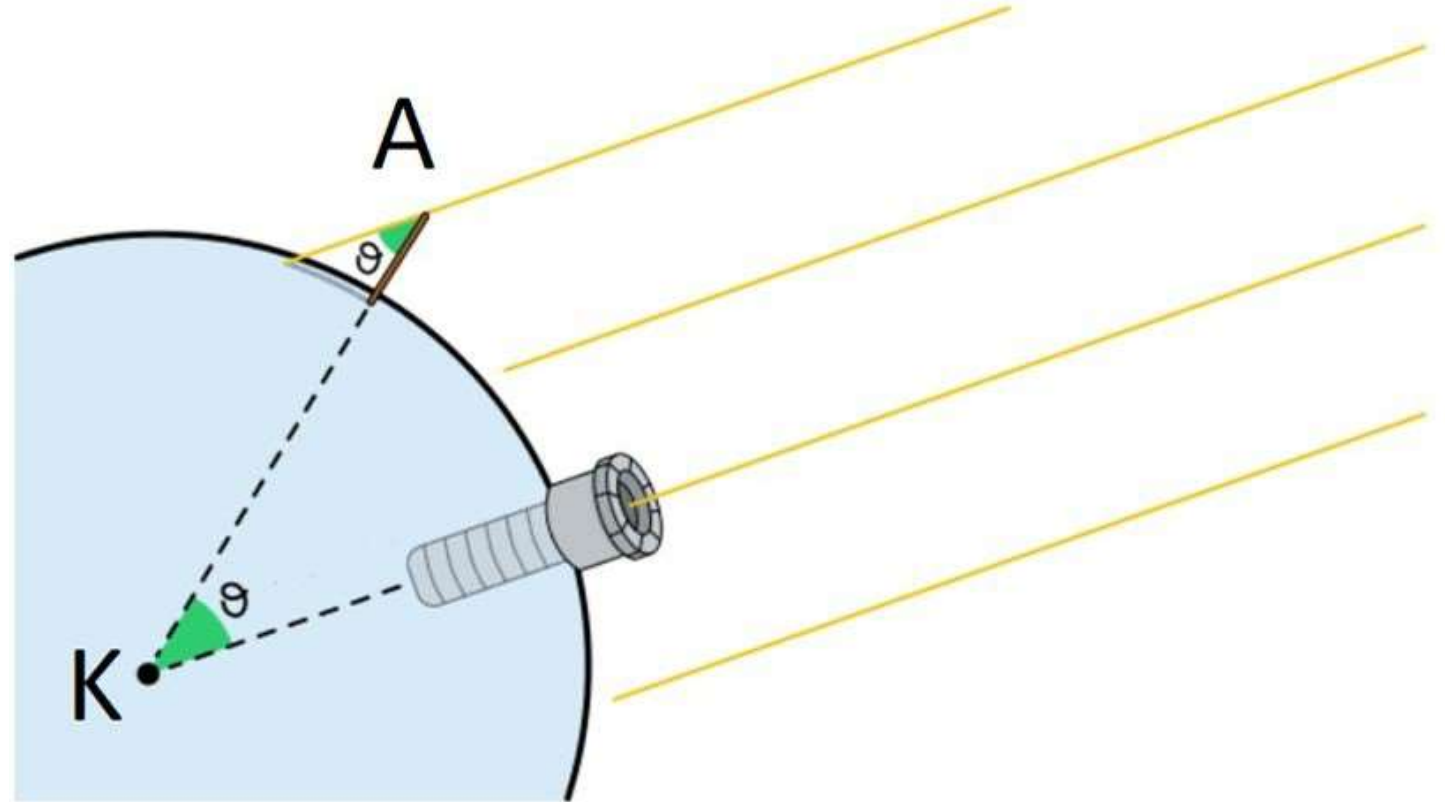
Η Αλεξάνδρεια και η Σύνη (σημερινό Ασσουάν) έχουν μεσημέρι την ίδια χρονική στιγμή.

Η απόσταση Σύνης–Αλεξάνδρειας είναι 5.000 στάδια.

# Η πειραματική διαδικασία

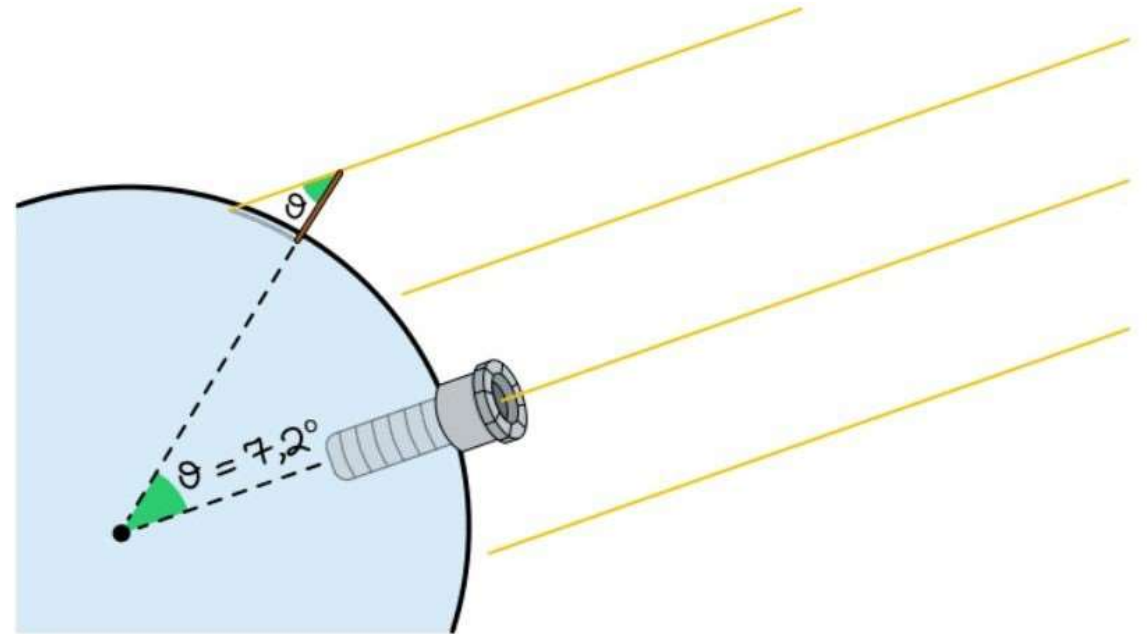
2) Έλαβε υπόψη του ότι οι γωνίες  $\theta$  που σχηματίζει το τμήμα KA (η ακτίνα της Γης και το κοντάρι) με τη ζώνη των παράλληλων ηλιακών ακτίνων είναι ίσες, ως εντός εναλλάξ.


1) Το μεσημέρι της 21ης Ιουνίου, στην Αλεξάνδρεια, κάρφωσε ένα κοντάρι κάθετα στη Γη.



# Η πειραματική διαδικασία

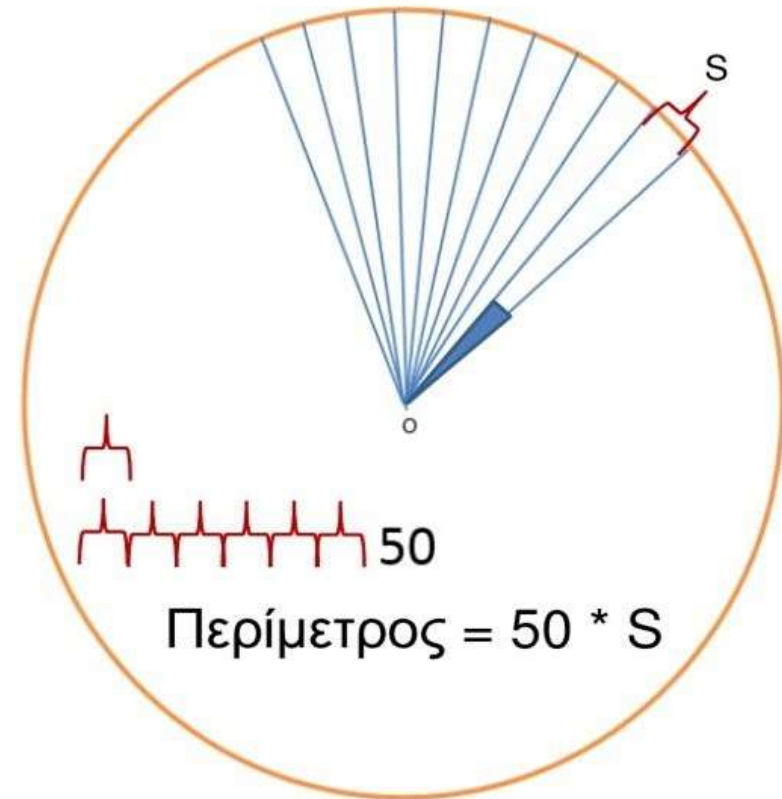
3) Έπειτα μέτρησε τη **γωνία  $\theta$**  μεταξύ του άνω άκρου του κονταριού και των ηλιακών ακτίνων και τη βρήκε ίση με **7,2 μοίρες**. Αν σκεφτούμε ότι ο κύκλος είναι 360 μοίρες, τότε η **γωνία  $\theta$**  αντιστοιχεί **στο  $1/50$**  του κύκλου.




$$\frac{1}{50} 360^\circ = 7,2^\circ$$

# Υπολογισμοί

Γνωρίζοντας την απόσταση  
**Αλεξάνδρειας - Συήνης S** και  
γνωρίζοντας ότι αυτή αντιστοιχεί  
σε τόξο ίσο με το **1/50** της  
περιμέτρου της Γης, ο  
Ερατοσθένης υπολόγισε την  
περίμετρο της Γης.



Σωτήρης Μανδηλιώτης

# Το συμπέρασμα

 Ο Ερατοσθένης υπολόγισε τελικά ότι η περίμετρος της Γης είναι:  
 **$50 \times 5.000 = 250.000$  στάδια**

Δηλαδή  **$39.400 - 41.000$  km**, έναντι της πραγματικής τιμής  **$40.008$  km**

Στη συνέχεια υπολόγισε  
την ακτίνα της Γης:

$$R = \frac{\text{Περίμετρος Γης}}{2 \cdot \pi}$$



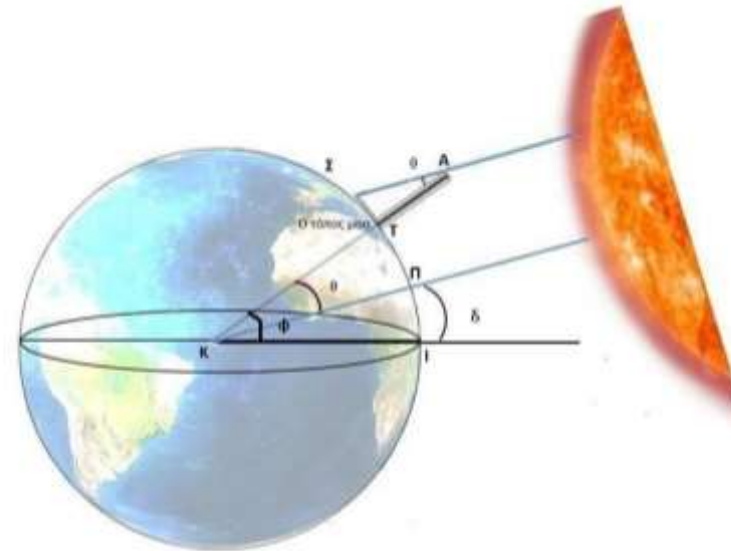
## Υλοποίηση του πειράματος

Τη Τρίτη 29 Μαρτίου στις 12:34, ( η ώρα αυτή είναι το μεσημέρι για τον τόπο μας δηλ. την αυλή του σχολείου μας solar noon και για να τη βρούμε, χρησιμοποίησανε την online εφαρμογή που βρίσκεται στον δικτυακό τόπο: [http://suncalc.net.](http://suncalc.net)) την ώρα ακριβώς που μεσουρανούσε ο Ήλιος εμφανίστηκε μέσα από τα σύννεφα, και οι μαθητές με πολύ απλά μέσα, ακολούθησαν πιστά τα βήματα και τους συλλογισμούς του μεγάλου πανεπιστήμονα Ερατοσθένη, όπως έγιναν το 240 π.Χ.(!)

Στερέωσαν κατακόρυφα ράβδο, μέτρησαν το ύψος της TA και το μήκος της σκιάς της TA και στη συνέχεια, με απλούς μαθηματικούς υπολογισμούς προσδιορίσαμε τη γωνία  $\theta$  από τη σχέση:

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{T\Sigma}{TA} \text{ η οποία βρέθηκε ίση με } 35,5^\circ$$

Ημέρα διεξαγωγής του πειράματος	Διόρθωση γωνίας (μοίρες)
Τρίτη 22 Μαρτίου 2022	+ 0,6
Τετάρτη 23 Μαρτίου 2022	+ 1,0
Πέμπτη 24 Μαρτίου 2022	+ 1,4
Δευτέρα 28 Μαρτίου 2022	+ 3,0
Τρίτη 29 Μαρτίου 2022	+ 3,3



εικόνα 1

Στην ισημερία, ο Ήλιος είναι στη διεύθυνση του Ισημερινού, δηλαδή οι ακτίνες του πέφτουν κάθετα στον Ισημερινό. Κάθε μέρα που περνάει,

μετά την ισημερία, ο Ήλιος βρίσκεται ψηλότερα στον ουρανό και οι ακτίνες του πέφτουν κάθετα στον τόπο Π, το μεσημέρι. Τότε, δημιουργούν γωνία  $\delta$  με την διεύθυνση του Ισημερινού, την οποία ονομάζουμε απόκλιση. Αυτή η γωνία κάθε μέρα μεγαλώνει ως τις 21 Ιουνίου που έχουμε την μεγαλύτερη μέρα του έτους.

Στο πείραμα μετρήσαμε τη γωνία  $\theta$  όπως αυτή φαίνεται στην εικόνα 1. Σκοπός μας όμως είναι να χρησιμοποιήσουμε στο τελικό στάδιο των υπολογισμών την γωνία  $\phi$ .

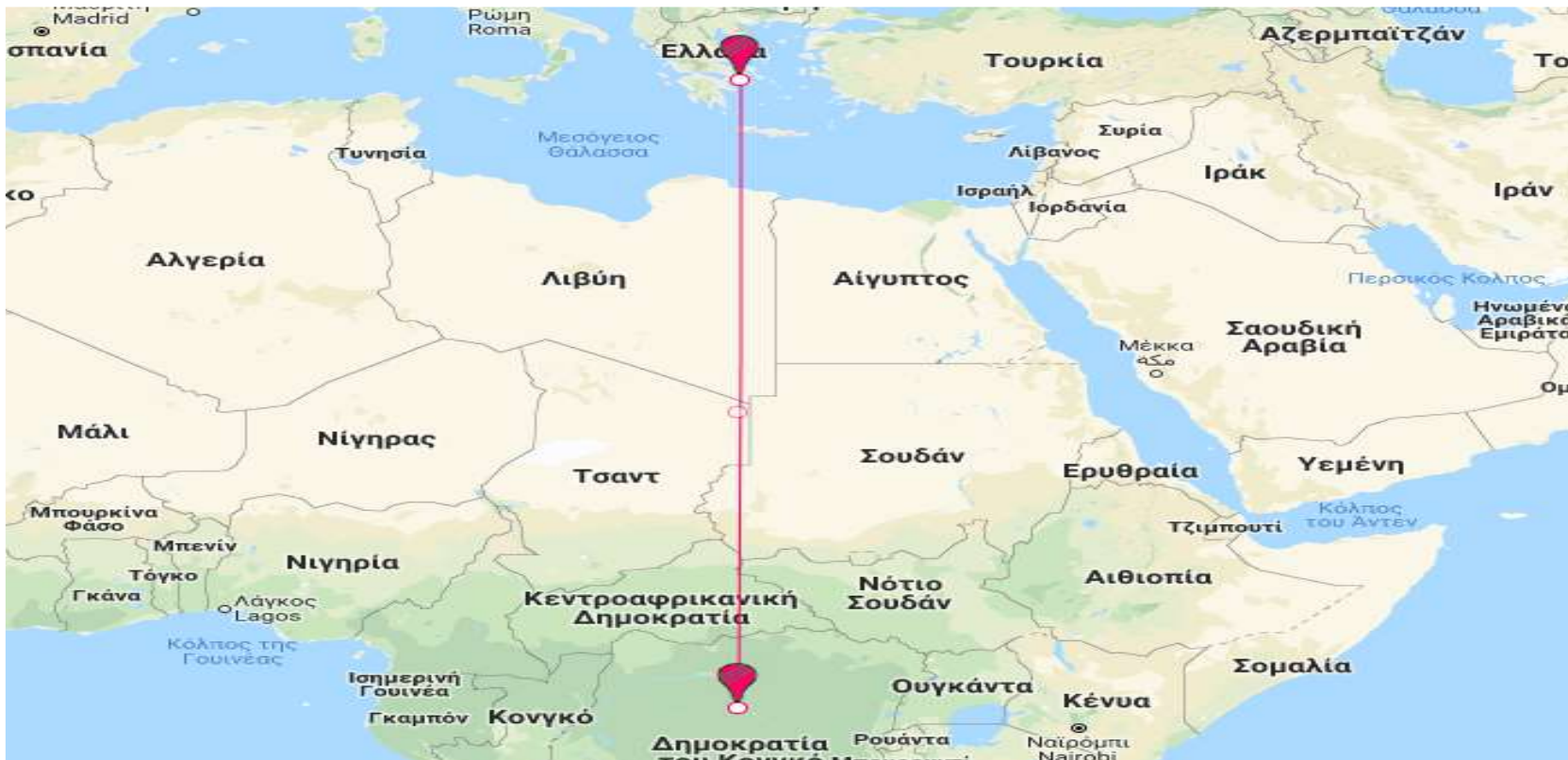
Όμως, στους υπολογισμούς μας για την περίμετρο της Γης χρειαζόμαστε τη γωνία  $\phi$  (TKI) που σχηματίζει ο τόπος μας με το κέντρο της γης και τον Ισημερινό, για να την υπολογίσουμε πρέπει να

προσθέσουμε την απόκλιση  $\delta=+3,3$  όπως φαίνεται από τον πίνακα 1 στην γωνία  $\theta$  που μετρήσαμε.

Έτσι βρήκαμε  $\phi = \theta + \delta = 35,5^\circ + 3,3^\circ = 38,8^\circ$



Το επόμενο βήμα ήταν να υπολογίσουνε την απόστασή του σχολείου TI από τον ισημερινό. Αυτό έγινε με χρήση μιας άλλης online εφαρμογής, η οποία βρίσκεται στην διεύθυνση: <https://www.daftlogic.com>

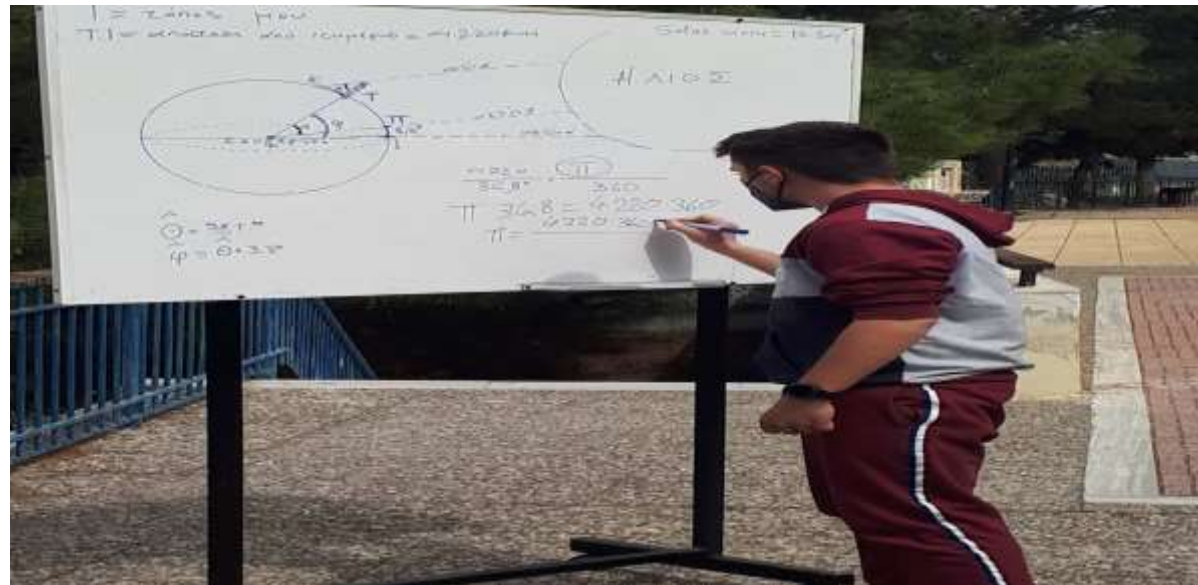




Η απόσταση αυτή βρέθηκε ίση με  $T_1=4.220\text{km}$

Χρησιμοποιώντας τη σχέση  $\frac{T_1}{\theta+\delta} = \frac{\text{Περίμετρος}}{360}$

τελικά υπολογίσαμε την περίμετρο της Γης:





$$\frac{4.420}{38,8} = \frac{\text{Περίμετρος}}{360} \quad \text{δηλ. Περίμετρος} = 41.010 \text{ km}$$

έναντι της πραγματικής τιμής 40.008 km,

$$\text{με σφάλμα} = 41.010 - 40.008 = 1002 \text{ km}$$

$$\text{Ακτίνα Γης, } R = \frac{41.010}{6,18} = 6.530,25 \text{ km} \quad \text{έναντι της}$$

πραγματικής τιμής 6.371 km. με σφάλμα = 6.530,25 - 6.371 = 159 km

